Геометрические образы в алгебраических задачах

Таблица

№ п/п	Уравнение, неравенство или система	Геометрический образ (коррелят вида)
1.	$ax+by=c,\ a^2+b^2\neq 0$	Прямая, расположение которой определяется конкретными значениями параметров a,b,c
1.1	$ax=c, a\neq 0$	Прямая, параллельная оси ординат
1.2	$by=c,\ b\neq 0$	Прямая, параллельная оси абсцисс
1.3	$y=kx+p,\ k\neq 0$	Прямая, пересекающая ось ординат в точке $M(0;p)$, ось абсцисс в точке $N\left(-\frac{p}{k};0\right)$, образующая с положительным лучом оси абсцисс угол $0<\varphi<\pi, \operatorname{tg}\varphi=k$
	$y-y_0=k(x-x_0)$	Уравнение прямой, проходящей через точку $(x_0\ ;\ y_0)$ и имеющей угловой коэффициент $k=-\frac{b}{a}$
1.4	$\begin{cases} x=x_0-bt \\ y=y_0+at \end{cases}, t\in R$	Параметрическое задание прямой, задаваемой декартовым уравнением $ax+by=c,\ a^2+b^2\neq 0$, проходящей через точку $M(x_0\ ;y_0)$
	$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}, t\in R$	Параметрическое уравнение прямой, перпендикулярной прямой, задаваемой декартовым уравнением $ax+by=c,\ a^2+b^2\neq 0$, проходящей через точку $M(x_0\ ;y_0)$
	$y-y_0=-\frac{1}{k}(x-x_0)$	Уравнение прямой, проходящей через точку $(x_0\ ;\ y_0)$ и перпендикулярной прямой, заданной уравнением $y-y_0=k(x-x_0)$
1.5	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$	Уравнение прямой, проходящей через точки с координатами $(x_1;y_1)$ и $(x_2;y_2)$.
2.	$ax+by>c\,(<c,\leq c,\geq c\,)$	Полуплоскость, границей которой является прямая заданная уравнением $ax+by=c,\ a^2+b^2\neq 0$
3.	$y=k\lvert x-a\rvert,\ k\neq 0$	«Двухзвенная ломаная», вершина которой расположена в точке $M(a\ ;0)$, лучи которой симметричны относительно прямой $x=a$
3.1	$y=k_1\lvert x-a_1\rvert+k_2\lvert x-a_2\rvert+...+k_n\lvert x-a_n\rvert$	«Многозвенная ломаная», вершины которой расположены в точках, абсциссы которых есть точки перемены знака каждого «подмодульного» выражения
4.	$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$, $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=\lvert R\rvert$	Точка $M(a;b)$, если $R=0$. Окружность с центром в точке $M(a;b)$, радиуса $\lvert R\rvert,\ R\neq 0$

4.1	$(x-a)^2+(y-b)^2 \le R^2$, $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} \le \|R\|, R\ne 0$	Круг с центром в точке $M(a;b)$, радиуса $\|R\|$, $R\ne 0$
4.2	$(x-a)^2+(y-b)^2 > R^2$, $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} > \|R\|, R\ne 0$	Часть плоскости, лежащая вне круга с центром в точке $M(a;b)$, радиуса $\|R\|$, $R\ne 0$
4.3	$y=b+\sqrt{R^2-(x-a)^2}$	Верхняя полуокружность с центром в точке $M(a;b)$, радиуса $\|R\|$, $R\ne 0$
4.4	$y=b-\sqrt{R^2-(x-a)^2}$	Нижняя полуокружность с центром в точке $M(a;b)$, радиуса $\|R\|$, $R\ne 0$
5.	$\|x-a\|+\|y-b\|=c,\ c>0$	Контур квадрата с центром в точке $M(a;b)$, диагоналями, параллельными осям координат
5.1	$\|x-a\|+\|y-b\|\le c,\ c>0$	Квадрат с центром в точке $M(a;b)$, диагоналями, параллельными осям координат
5.2	$\|a_1x+b_1y+c_1\|+\|a_2x+b_2y+c_2\|=d$, $d>0,\ a_1b_2-a_2b_1\ne 0$	Контур параллелограмм, диагонали которого лежат на прямых, задаваемых подмодульными выражениями, центр которого – точка пересечения этих прямых
5.3	$\|a_1x+b_1y+c_1\|+\|a_2x+b_2y+c_2\|\le d$, $d>0,\ a_1b_2-a_2b_1\ne 0$	Четырёхугольник, диагонали которого лежат на прямых, задаваемых подмодульными выражениями.
5.4.	$\|a_1x+b_1y+c_1\|+\ldots+\|a_nx+b_ny+c_n\|\le d$, $d>0$,	Многоугольник, диагонали которого лежат на прямых, задаваемых подмодульными выражениями.
6.	$y=ax^2+bx+c,\ a\ne 0$	Парабола с вершиной в точке $M\left(-\frac{b}{2a};\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ с ветвями, направленными вверх, если $a>0$ или вниз, если $a<0$
6.1	$y>ax^2+bx+c,\ y<ax^2+bx+c, a\ne 0$	Части координатной плоскости, границей которых служит парабола
7.	$y=\frac{k}{x},\ k\ne 0$	Гипербола с вертикальной асимптотой $x=0$, ветви которой расположены в 1 и 3 координатных четвертях, если $k>0$, или во 2 и 4 четвертях, если $k<0$.
7.1	$xy=k,\ k\ne 0$	Гипербола, ветви которой расположены в 1 и 3 координатных четвертях, если $k>0$, или во 2 и 4 четвертях, если $k<0$.
	$y=\frac{ax+b}{cx+d}$, $ad-bc\ne 0$	Гипербола с вертикальной асимптотой $cx+d=0$ и горизонтальной асимптотой $y=\frac{a}{c}$, ветви которой расположены в 1 и 3 или 2 и 4 четвертях относительно асимптот
	Задание фрагментов прямой	
8.1	$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}+\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}=$ $=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$	Отрезок прямой NM с концами в точках $N(a;b)$ и $M(c;d)$

8.2	$\pm\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}\mp\sqrt{(x-c)^2+(y-d)^2}=$ $=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$	Лучи прямой NM, выходящие из точек M и N, не содержащие отрезок NM.
Отдельные выражения		
9.1.	$\dfrac{\lvert ax_0+by_0+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	Расстояние от точки $M(x_0\ ;\ y_0)$ до прямой, заданной уравнением $ax+by+c=0,\ a^2+b^2\neq 0$
9.2.	$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$	Величина, задающая расстояние от некоторой точки $M(x\ ;\ y)$ до точки $N(a\ ;b)$
9.3	$\dfrac{\lvert a_1a_2+b_1b_2\rvert}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}=\lvert\cos\varphi\rvert$	Косинус не тупого угла, образованного прямыми $a_1x+b_1y=c_1,\ a_2x+b_2y=c_2$
9.4	$\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\pm\sqrt{\dfrac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}},$ $a>b^2$	Формула двойного радикала
	$\min(a\ ;\ b)=\dfrac{a+b-\lvert a-b\rvert}{2}$ $\max(a\ ;\ b)=\dfrac{a+b+\lvert a+b\rvert}{2}$	Минимум и максимум двух чисел

Задания по теме «Геометрические образы в условии задач»

Простейшие кривые

1. Построить ГМТ, заданные уравнениями, неравенствами или их системами

$y=2x,\ \ y\ge 2x$

$y=-2x+1,\ \ y<-2x+1\ 2x-3y=5,\ \ 2x-3y\ge 5$

1.$\begin{cases} y<x-1 \\ y>2x-3 \end{cases}$ 2.$\begin{cases} 2y-3x>4 \\ 2x-y>8 \end{cases}$ 3.$\begin{cases} x-y>1 \\ y-x>1 \end{cases}$ 4.$\begin{cases} y-x-2>0 \\ y-2x+3<0 \end{cases}$ 5.$\begin{cases} 3x+5y>7 \\ 4x+5y<9 \end{cases}$

6.$\begin{cases} y<x+1 \\ y<-x+9 \\ y>\frac{1}{3}x-1 \end{cases}$ 7.$\begin{cases} y<x+3 \\ y+x<3 \\ y>1 \end{cases}$ 8.$\begin{cases} y<x+1 \\ y<1-x \\ y>-1-x \\ y>x-1 \end{cases}$ 9.$\begin{cases} 2x-y\le 1 \\ 4x+y\ge 1 \\ 4x-y\ge 1 \\ y\le 3 \end{cases}$ 10.$\begin{cases} x+3y\le 1 \\ x+3y\ge -2 \\ 3x+2y\le 1 \\ 3x+4y\ge -1 \end{cases}$

Задача. Экономический факультет МГУ.

Число рабочих двух бригад более 27 человек. Число членов первой бригады более чем в 2 раза превышает число рабочих второй бригады, уменьшенное на 12. Число членов второй бригады более чем в 9 раз превосходит число членов первой бригады, уменьшенное на 10. Сколько человек в каждой бригаде? Ответ: 11и 17

1.$\begin{cases} y>x^2 \\ y<x \end{cases}$ 2.$\begin{cases} y>x^2 \\ 3y-x<9 \end{cases}$ 3.$\begin{cases} y>x^2-1 \\ y<1-x^2 \end{cases}$ 4.$\begin{cases} y>x^2-5x+6 \\ y<4 \end{cases}$ 5.$\begin{cases} y<\frac{1}{x} \\ y<x \\ y>\frac{1}{2} \end{cases}$

6. $xy>1$ 7. $\begin{cases} x>y^2 \\ x<2 \end{cases}$ 8.$\begin{cases} x<y^2 \\ -x<y^2 \\ y<4 \end{cases}$

Задачи.

1. Пусть $M-$множество точек плоскости с координатами $(x\ ;\ y)$таких, что числа $x, y, 6-2x-$ являются сторонами некоторого треугольника. Найдите его площадь.
2. Пусть $M-$множество точек плоскости с координатами $(x\ ;\ y)$таких, что числа $3x, 2y, 9-y-$являются сторонами некоторого треугольника. Найдите его площадь.
3. Вероятностная формулировка: Из квадрата, заданного системой $\begin{cases} 0\le x\le 3 \\ 0\le y\le 3 \end{cases}$выбирается произвольная точка $M(x\ ;\ y)$. Какова вероятность того, что числа $x, y, 6-2x$могут служить сторонами некоторого треугольника?
4. Два человека договорились встретиться между 17 и 18 часами с условием, что тот, кто придет первым, ждет второго не более 15 минут. Какова вероятность их встречи

1. Найдите целочисленные решения систем неравенств

1. $\begin{cases} x+y<2,5 \\ x-y>-3 \\ y-1>0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x+y<3 \\ x-y>-2,5 \\ y-1>0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 7x+y<7 \\ 7x-y+7>0 \\ y>5 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 9x+y-9<0 \\ 9x-y+9>0 \\ y-7>0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x^2+y^2<3 \\ y-x-1>0 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} x^2+y^2-6x-10y+30<0 \\ x+y>8 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x^2+2y^2-12x+20y+65<0 \\ 4x+2y>3 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 2x^2+2y^2+24x-28y+167<0 \\ 2x+4y<15 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x^2-8x+15+y<0 \\ x-4y<5 \end{cases}$ 10. $\begin{cases} x^2-6x+10-y<0 \\ y<x \end{cases}$

11. $\begin{cases} x^2-4x+5-y<0 \\ x^2-2x-3+y<0 \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 9x^2+36x+32+y\le 0 \\ x^2+2x+3-y<0 \end{cases}$

13. $\begin{cases} y>\dfrac{1}{x} \\ y>0 \\ x+y<3 \end{cases}$ 14. $\begin{cases} y>\dfrac{2x+1}{x} \\ x+y<8 \\ x>2 \end{cases}$

Постройте ГМТ, заданные системой неравенств.

1. $\begin{cases} \dfrac{x+y-3}{6-x-y}\ge 0 \\ 6(x+y)-x^2-y^2\ge 9 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} \dfrac{2-x-y}{x+y-4}\le 0 \\ 4(x+y)-x^2-y^2\ge 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2xy^2+4x^2\le y^2+8x^3 \\ x^2+y^2\le 4x+5 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2y+y^2\le y^3+x^2 \\ y^2+y\ge (3-x)(3+x)-\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Задачи на исследование расположения простейших кривых

1. Найдите все значения параметра, при каждом из которых неравенство $\dfrac{x+2a-7}{x+a}>0$ верно для всех $x\in[2\,;\,5]$ Ответ: $(-\infty\,;-5)\cup(2,5\,;\,+\infty)$

2. Найдите все значения параметра, при каждом из которых неравенство $\dfrac{x-3a-5}{x-a}\le 0$ верно для всех $x\in[1\,;\,4]$ Ответ: $\left[-\dfrac{1}{3}\,;\,1\right)$

3. Найдите все значения параметра, при каждом из которых неравенство $\dfrac{x-2a}{x-a+3}<0$ верно для любого $x\in[1\,;\,3]$ Ответ: $(1\,;\,4)$

4. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+y^2=4a^2 \\ (x-3)^2+(y+4)^2=a^2 \end{cases}$ имеет единственное решение. Ответ: $\left\{-5\,;-\dfrac{5}{3}\,;\,\dfrac{5}{3}\,;\,5\right\}$

4. При каких значениях параметра система неравенств $\begin{cases}(x+y)(x-2y)\le 0\\ x^2+y^2\le 4(x-1)+4a^2\end{cases}$ имеет хотя бы одно решение? Ответ: $|a|\ge\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

5. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система $\begin{cases}y\ge x^2+2a\\ x\ge y^2+2a\end{cases}$ имеет единственное решение. Ответ: $\dfrac{1}{8}$

6. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система

$a)\begin{cases}x^2+2x+a\le 0\\ x^2-4x-6a\le 0\end{cases}$ $b)\begin{cases}x^2+4x+3\le a\\ x^2-2x-3\le -6a\end{cases}$ имеет единственное решение.

Ответ: $a)\{0\ ;\ 1\}$ $b)\{0\ ;\ -1\}$

7. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система $\begin{cases}\dfrac{x-y}{x+3y}\ge 0\\ y(y-2)+x^2\le(a-1)(a+1)\end{cases}$ не имеет решения. Ответ: $a<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

8. Найдите все значения параметров, при которых система уравнений $\begin{cases}x^2+y^2+5=b^2+2x-4y\\ x^2+(12-2a)x+y^2=2ay+12a-a^2-27\end{cases}$ имеет решения $(x_1\ ;\ y_1)$ и $(x_2\ ;\ y_2)$, удовлетворяющие условию $\dfrac{x_1-x_2}{y_2-y_1}=\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$.

Ответ: $a=4$; $b\in\left(-5-3\sqrt{5}\ ;\ 5-3\sqrt{5}\right)\cup\left(3\sqrt{5}-5\ ;\ 3\sqrt{5}+5\right)$

9. Найдите все значения параметров, при которых система уравнений $\begin{cases}x^2+y^2+2p^2=(10-2p)y+10p-21\\ x^2+y^2+52=q^2-8x-12y\end{cases}$ имеет решения $(x_1\ ;\ y_1)$ и $(x_2\ ;\ y_2)$, удовлетворяющие условию $\dfrac{x_1-x_2}{y_2-y_1}=\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$.

Ответ: $p=2$; $|q|\in\left(3\sqrt{13}-2\ ;\ 3\sqrt{13}+2\right)$

Ломаная

1. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение $3|x-1|+2=ax$ имеет ровно 2 решения

2.Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение $2|x+3|-3|x+4|+3|x+5|=ax$ имеет ровно 2 различных решения

3. Найдите все значения параметра, при каждом из которых неравенство $|x-a|+|2x-4|\geq 6$ верно для любого значения переменной x.

4. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение $a^2\left|a+\frac{x}{a^2}\right|+|x+1|=1-a^3$ имеет не менее 4 различных решений.

5. Найдите все значения параметра p, при каждом из которых уравнение $|x-p^2|+|x-2p|=6-p$ имеет бесконечно много решений.

6. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $5x+7|x-a|+3|x+3|+6|x-3|>145$ верно для любого значения x.

7. Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение

$$3x+|2x+|x-a||=7|x+2|$$

$$2x-|x-|x-a||=5|x-3|$$

$$5|x-1|+|4x+|3x-|x-a|||=15|x-2|$$

имеет хотя бы одно решение

7. Найти все значения параметра, при каждом из которых уравнения имеют три различных корня

$$x-a=2|2|x|-a^2| \qquad x-\frac{a}{2}=4|4|x|-a^2|$$

$$x-\frac{a}{3}=9|9|x|-a^2| \qquad x-\frac{a}{2}=2|2|x|-a^2|$$

Ломаная в уравнениях и неравенствах

Решите уравнения, используя формулу двойного радикала и тождество $\sqrt{f^2(x)}=|f(x)|$

1.
$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2$$

$$\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}=1$$

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=5$$

$$\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}}+\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}=7\sqrt{2}$$

2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнения $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=a$ существуют и принадлежат отрезку $[2\,;17]$

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых корни уравнения $\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}}=a$ существуют и принадлежат отрезку $[2\,;\,27]$

Контуры фигур

1. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases}|x|+|y|=2\\x^2+y^2=a^2\end{cases}$ имеет 8 различных решений.

2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 5|y|+|x-1|=1 \\ 25y^2+x^2-2x=a \end{cases}$ имеет ровно 4 решения

3. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} 2|x|+|y|=1 \\ x^2+y^2=a \end{cases}$ имеет 8 различных решений.

Площади фигур, заданных неравенствами

1. ДВИ МГУ 2012. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек $(x\,;\,y)$ координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

А) $|x|+|x+3y|+3|y-2|=6$. Б) $|2y-x|+2|y+4|+|x|=8$

2. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $3|x-y|+|x+3y|\le 12$

3. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $|2x-3y+4|+|3x+y-5|\le 7$

4. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $|y-1|+|y-x|\le 4$

5. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $2|x-1|+|y+2x-1|\le 5$

6. Найдите уравнение окружности наименьшего радиуса, внутри которой лежит фигура, заданная неравенством $|2x+y-2|+|3x+6|\le 6$

7. Найдите значения параметра a, при каждом из которых площадь фигуры, заданной неравенством $|2x+y|+|x-y|\le a$ равна 24.

8. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $\dfrac{2|x|+|y|-2}{x^2+y^2-\frac{4}{5}}\le 0$

9. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} \log_{x+y}(2xy+2x)\ge 2 \\ |x|+|y|\le 2 \end{cases}$

10. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} \sqrt{x^2-3y^2+4x+4}\le 2x+1 \\ x^2+y^2\le 4 \end{cases}$

11. Найдите значения параметра a, при каждом из которых периметр фигуры, заданной неравенством $\log_{\frac{2-|ay|}{3}}\left(\dfrac{x^2+a^2}{2a^2}\right)>0$ будет наименьшим.

12. ДВИ МГУ 2011. Решите систему неравенств:

А) $\begin{cases} 3x^2+4xy+12y^2\le 1 \\ 5x+6y\le -3 \end{cases}$. Б) $\begin{cases} 4x^2-2xy+7y^2\le 1 \\ 2x-5y\ge 2 \end{cases}$.

В) $\begin{cases} 2x^2+4xy+11y^2\le 1 \\ 4x+7y\ge 3 \end{cases}$. Г) $\begin{cases} 5x^2-2xy+9y^2\le 1 \\ 3x-5y\le -2 \end{cases}$

Дуги окружности в условии

1. Найдите значения параметра a, при каждом из которых уравнение $3+\sqrt{-\left(x^2+4x+3\right)}=a-x$ имеет единственное решение.

2. Найдите значения параметра a, при каждом из которых уравнение $2+\sqrt{-\left(x^2-4x+3\right)}=a+\sqrt{1-a^2+2ax-x^2}$ имеет единственное решение.

3. Найдите значения параметра a, при каждом из которых уравнение $1-\sqrt{-\left(x^2+6x+8\right)}=a+x$ имеет единственное решение.

4. Найдите значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{4x-3-x^2}=ax-1$ имеет единственное решение.

5. Найдите значения параметра a, при каждом из которых уравнение $a+\sqrt{6x-x^2-8}=3+\sqrt{1+2ax-a^2-x^2}$ имеет единственное решение.

6. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} x\le\sqrt{2x-y^2+2} \\ y\ge 4-ax \end{cases}$ имеет решение

7. Найдите все значения параметра, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} y\le\sqrt{2+2y-x^2} \\ 6+ay\ge x \end{cases}$ имеет решение

Расстояния в условии

1. Найдите минимум выражения $f\left(x,y\right)=\sqrt{\left(x-3\right)^2+\left(y-4\right)^2}+\sqrt{x^2+y^2}$.

2. Найдите наименьшее значение функции $f\left(x\right)=\sqrt{x^2-6x+13}+\sqrt{x^2-14x+58}$

3. Найдите наименьшее значение функции

$f\left(x\right)=\sqrt{2x^2+2x+1}+\sqrt{2x^2-2x+5}+\sqrt{2x^2-6x+9}+\sqrt{2x^2-10x+13}$.

4. (ВМК МГУ). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2-16x-12y+100}+\sqrt{x^2+y^2+4x-20y+104}=2\sqrt{29} \\ \left(x-7\right)^2+\left(y-5\right)^2=16 \end{cases}$$

5. Найдите значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{\left(x-a\right)^2+\left(y+3a\right)^2}=|a|\sqrt{10} \\ y=ax+a^2-9 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений.

6. Найдите значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} y^2-\left(2a+1\right)y+a^2+a-2=0 \\ \sqrt{\left(x-a\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-a\right)^2+\left(y-3\right)^2}=3 \end{cases}$ имеет единственное решение.

7. Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{\left(x-1\right)^2+\left(y-3\right)^2}+\sqrt{\left(x-5\right)^2+\left(y-1\right)^2}$, если $x+2y=2$

8. Найдите все пары чисел $\left(x\ ;\ y\right)$, удовлетворяющих уравнению $x^2+y^2-6x+4y+11=0$, при которых значение выражения $\left|\sqrt{x^2+\left(y-3\right)^2}-\sqrt{\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2}\right|$ наибольшее