«Прогрессии и банковские расчеты»
Урок алгебры в 9 классе с использованием технологии проектно-исследовательской деятельности

О.В. Пичина, учитель математики
ГБОУ гимназии № 1522

Цели урока: изучение применения прогрессий в банковских расчетах, сравнение эффективности применения арифметической и геометрической прогрессий, управление вкладами в банках с помощью прогрессий; сочетание учебной и внеучебной информации;

развитие элементов логического мышления, критичности мышления, творческой деятельности, речи, мировоззрения;

провести ролевую дифференциацию участников проекта, отбор информации для создания проекта.

Знания и умения:

знать определение арифметической и геометрической прогрессий, формулы n-го члена, формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий;

уметь применять формулы простых и сложных процентов при решении задач.

Оборудование: стенд с заголовками «Простые проценты», «Сложные проценты», формулы простых и сложных процентов, графики, калькуляторы, раздаточный материал.

Класс разбивается на две группы. В каждой группе представители разных «профессий»: историк, теоретик, аналитик, исследователь…

Ход урока.

1) Организационный момент, объявление темы и цели урока

2). Проверка домашнего задания:

Повторение:

- сформулируйте определение арифметической и геометрической прогрессий;
- запишите формулу n-го члена арифметической и геометрической прогрессии;
- запишите формулу суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии;
- что называется процентом;

- как найти р% от числа a ($\frac{p}{100} \cdot a$);
- верно ли, что для увеличения числа на р% его нужно умножить на

($1+\frac{p}{100}$).

3). Изучение нового материала

Сведения из истории создания банков (рассказ учащихся-«историков»)

Считается, что наряду с изобретением колеса создание банков явилось одним из важнейших изобретений человечества.

Слово «банк» происходит от латинского *«банко»* – скамья, лавка менялы. Первые банкиры – ростовщики и менялы – появились уже в древнем мире. Тогда было широко распространено ростовщичество, т.е. одалживание денег под проценты. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой. Так, в древнем Вавилоне лихва составляла 20% и более! Таким образом, ремесленник, взявший у ростовщика 1000 денежных единиц сроком на один год, возвращал ему по прошествии года не менее 1200 этих же денежных единиц.

Первые настоящие банки были основаны в Венеции в 1171 г. и в Генуе в 1320 г. В XIV – XV вв. банки широко распространились в Западной Европе. В Росси первые банки появились в 1774 г. Эти учреждения давали деньги в долг королям, князьям, купцам, ремесленникам, финансировали дальние путешествия, завоевательные походы, возведение крупных сооружений и т.д. Конечно, банки давали деньги не бескорыстно. Как и ростовщики древности они брали плату за пользование предоставленными деньгами. Эта плата выражалась обычно в виде процентов к величине выданных в долг денег.

Современные банки аккумулируют

- деньги,
- ценные бумаги,
- предоставляют кредит,
- осуществляют взаимные расчеты,
- выпускают деньги и ценные бумаги,
- осуществляют операции с золотом, иностранной валютой и т.д.

Учитель:

Представьте себе, что мы с вами пришли в банк, где нам предлагают открыть вклад в сумме а рублей под р% годовых на t лет.

Есть две стратегии поведения:

- в конце каждого года хранения вклада снимать проценты по вкладу, т.е. полученную прибыль в размере $\frac{p}{100} \cdot a$ руб.;
- прийти в банк один раз – в конце срока хранения вклада.

Какой доход вы получите в том и другом случае?

Математическую модель первой ситуации создает первая группа, второй – вторая группа.
Итоги работы первой группы докладывают «теоретики»:
$a_1 = a$, - первоначальный вклад;

$a_2 = a + \frac{p}{100} \cdot a$;

$a_3 = a + \frac{2p}{100} \cdot a$;

$a_4 = a + \frac{3p}{100} \cdot a$;

. . .

$a_{t+1} = a + \frac{tp}{100} \cdot a$

Что можно сказать о математической модели этой ситуации?
Вывод: математическая модель этой ситуации является арифметической прогрессией.
$a_1 = a$ - первоначальный вклад;

$d = \frac{p}{100} \cdot a$;

$a_{t+1} = a + \frac{tp}{100} \cdot a = a \cdot (1 + \frac{tp}{100})$ руб. можно получить за t лет – **формула простых процентов.** (Появляется на стенде).

Рассмотрим математическую модель второй ситуации, докладывают «теоретики» второй группы:
Вы решили прийти в банк только в конце срока хранения вклада.
$b_1 = b$ – первоначальный вклад;

$b_2 = b_1 + \frac{p}{100} \cdot b_1 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})$;

$b_3 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})(1 + \frac{p}{100}) = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^2$;

$b_4 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^3$;

. . .

$b_t = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^t$

Что можно сказать о математической модели этой ситуации?
Вывод: математическая модель этой ситуации является геометрической прогрессией.
$b_1 = b$ – первоначальный вклад;

$q = 1 + \frac{p}{100}$;

$b_t = b_1 \cdot (1+\frac{p}{100})^t$ рублей можно получить за t лет - **формула сложных процентов.** (Появляется на стенде).

Задача 1 предлагается для решения в первой группе.

Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под простые проценты по ставке 15% в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года?

Решение:

a = 180000 руб.; t = 4; p = 15%

1) $a_5 = a\ (1+\frac{4p}{100}) = 180000 \cdot (1+\frac{4 \cdot 15}{100}) = 180000 \cdot 1{,}6 = 288000$ руб.

2) 288000-180000 = 108000 руб.

Ответ: 288000 рублей, 108000 рублей.

Задача 2 предлагается для решения во второй группе.

Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под сложные проценты по ставке 15% в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года?

Решение:

b_1 = 180000 руб.; t = 4; p = 15%

1) $b_5 = b_1 \cdot (1+\frac{p}{100})^4 = 180000 \cdot (1+\frac{15}{100})^4 = 180000 \cdot 1{,}15^4 = 180000 \cdot 1{,}749 \approx 314821$ руб.

2) 314821 – 180000=134821 руб.

Ответ: 314821 рубль, 134821 рубль.

Результаты решения задач докладываются учащимися-«аналитиками».

Почувствуйте разницу!
Какой вид процентов выгоднее?

Дополнительные вопросы:

– Если через тот же срок при том же первоначальном вкладе вкладчик хочет получить не 288000 рублей, а 3000000 рублей то, что можно определить по формуле простых процентов?

(Можно определить количество р процентов, т.е. поискать другой банк с нужными р% годовых.)

– Можно ли определить по формуле простых процентов, какую сумму нужно положить в тот же банк под те же простые проценты, чтобы через 5 лет он достиг суммы 100000 рублей?

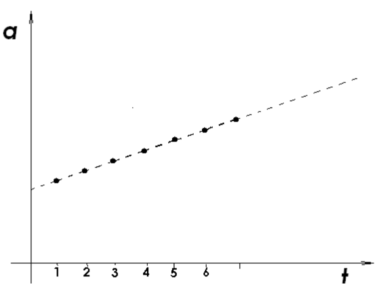
Задача 3 предлагается для решения в обеих группах
Предположим, что в 1776 году, когда образовались США, 1 доллар был отдан под 10% годовых. В какую сумму он превратился к 1976 году – 200-летней годовщине образования США?
Формула каких процентов (простых или сложных) здесь может быть применена? (Сложных процентов)

Решение:
$1\cdot(1+0,1)^{200}=1,1^{200}=((1,1)^{8})^{25}\approx(2,14)^{25}>2^{25}=2^{10}\cdot2^{10}\cdot2^{5}=1024\cdot1024\cdot32>32000000$
Ответ: более 32000000 долларов.

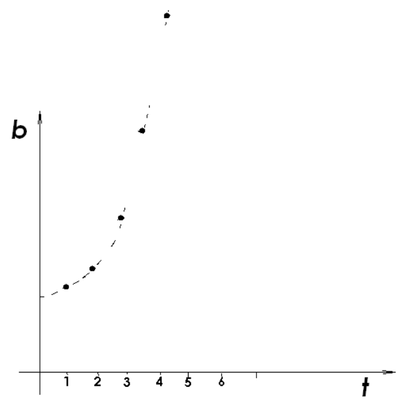
Вывод: вложив 1 доллар можно распоряжаться миллионами!

Сложные проценты обладают удивительным свойством – с возрастание показателя t величина $(1+\frac{p}{100})^t$ достигает колоссальных размеров.
Попробуйте объяснить это.

Задача 4. Создать графическую модель простых процентов и сложных процентов. (Работа в группах)



Арифметическую прогрессию можно рассматривать как линейную функцию y=dx+m, $x\in N$., заданную на множестве N натуральных чисел с угловым коэффициентом $d = \frac{p}{100}\cdot a$.
Функция возрастающая.



Геометрическую прогрессию можно рассматривать как показательную функцию, заданную на множестве N натуральных чисел $y = b\cdot q^x$, $q = 1 + \frac{p}{100}$; $q>1$, $x\in N$. Функция – возрастающая, <u>в отличие от предыдущего случая график идет круто вверх.)</u>

Результаты работы докладываются учащимися-«исследователями».
(Графики, выполненные группами, появляются на стенде)

Итог урока (подводится учащимися) На уроке было показано:

- применение прогрессий в банковских расчетах;
- эффективность применения прогрессий, управление вкладами с помощью прогрессий;
- применение формул простых и сложных процентов при решении задач;
- изучен материал для работы над проектом «Прогрессии и банковские расчеты».

Домашнее задание: размещено в электронном журнале на сайте http://schoolinfo.educom.ru/

Задача 1.

Какую сумму положили в банк под простые проценты по ставке 12% годовых, если через 5 лет вклад достиг величины 94500 руб.?

Задача 2.

Сколько лет лежал в банке вклад 70000 руб., если по ставке 19,2% годовых простых процентов он достиг величины 150640 руб.?

Задача 3.

В начале нашей эры на одну копейку ежегодно начисляли по 5% годовых. В какую сумму превратится эта копейка через 2000 лет, т.е. к нашему времени?

Подобрать материал для дальнейшей работы над проектом по теме «Прогрессии и банковские расчеты».